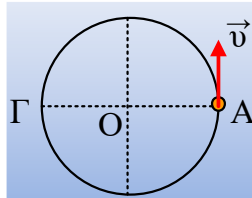


3.1. Διατήρηση της Ορμής.

3.1. Ορμή και ρυθμός μεταβολής της ορμής.

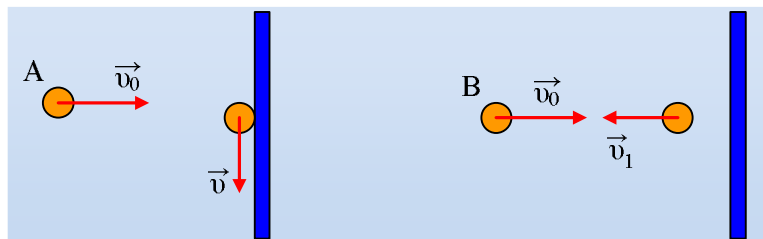
Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $v=5\text{m/s}$ σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας $R=10\text{m}$.



- Υπολογίστε την ορμή του σώματος στη θέση A .
- Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή ή όχι;
- Βρείτε την μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των αντιδιαμετρικών θέσεων A και Γ .
- Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση A ;

3.2. Δύναμη και μεταβολή της ορμής.

Σε ένα τζάμι, ρίχνουμε μια ξεφούσκωτη μπάλα A με ταχύτητα v_0 . Μετά την κρούση η μπάλα πέφτει κατακόρυφα, χωρίς αρχική ταχύτητα.

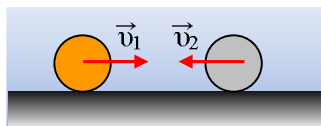


Στο ίδιο τζάμι ρίχνουμε μια δεύτερη όμοια μπάλα B , η οποία είναι όμως φουσκωμένη. Μετά την κρούση η μπάλα επιστρέφει με ταχύτητα v_1 , όπως στο σχήμα.

Αν το χρονικό διάστημα που οι μπάλες είναι σε επαφή με το τζάμι είναι το ίδιο, σε ποια περίπτωση κινδυνεύει να σπάσει το τζάμι;

3.3. Η ορμή είναι διάνυσμα.

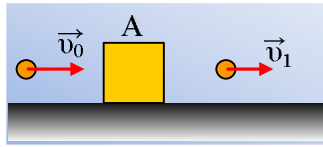
Σε οριζόντιο δρόμο κινούνται δύο σφαίρες, η μια προς την άλλη, με ταχύτητες $v_1=4\text{m/s}$ και $v_2=6\text{m/s}$. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1=5\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ αντίστοιχα.



- Πόση ορμή έχει κάθε σφαίρα;
- Ποια η συνολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών;
- Αν οι δύο σφαίρες συγκρουστούν πλαστικά πόση θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος;

3.4. Κρούση και δύναμη.

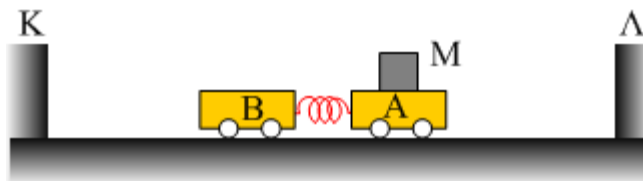
Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $M=2\text{kg}$. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=100\text{m/s}$, συγκρούεται με το σώμα Α, το διαπερνά σε χρόνο $\Delta t=0,2\text{s}$ και εξέρχεται με ταχύτητα $v_1=20\text{m/s}$.



- i) Βρείτε την αρχική ορμή του βλήματος.
- ii) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος Α μετά την κρούση.
- iii) Ποια η μεταβολή της ορμής του βλήματος;
- iv) Βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά το πέρασμά του μέσα από το σώμα Α.
- v) Σε μια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Α είναι 50kgm/s^2 , ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του βλήματος την ίδια χρονική στιγμή;
- vi) Αν το σώμα Α παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$, πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Α, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3.5.Κίνηση αμαξιδίων και ορμή.

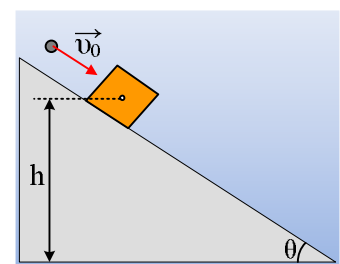


Σε ένα αμαξίδιο Α έχει προσδεθεί ένα αβαρές ελατήριο και ένα σώμα μάζας $M=1\text{kg}$. Συμπιέζουμε το ελατήριο με ένα δεύτερο όμοιο ελατήριο και φέρνουμε τα αμαξίδια σε οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε να ισαπέχουν από δύο εμπόδια Κ και Λ, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα τα αμαξίδια.

- 1) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λαθεμένες
 - i) Θα κινηθεί το αμαξίδιο Β αλλά όχι το Α που είναι βαρύτερο.
 - ii) Μεγαλύτερη ορμή θα αποκτήσει το Β αμαξίδιο.
 - iii) Το ελατήριο θα ασκήσει ίσες κατά μέτρο δυνάμεις στα δύο αμαξίδια.
 - iv) Το αμαξίδιο Β θα φτάσει συντομότερα στο άκρο Κ από ότι το Α στο Λ.
- 2) Αν το Β αμαξίδιο φτάσει στο άκρο Κ σε χρόνο 1s, ενώ το Α στο άκρο Λ σε χρόνο 2s να υπολογιστεί η μάζα κάθε αμαξιδίου.

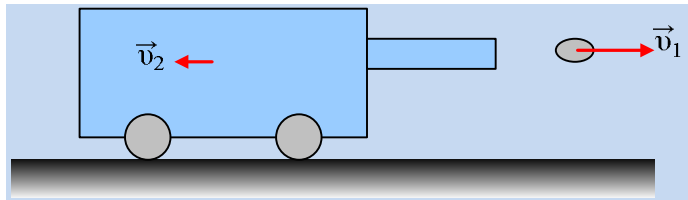
3.6.Κρούση και διατήρηση της ορμής.

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M=950\text{g}$ ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\theta=30^\circ$ σε ύψος $h=2,5\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ένα βλήμα μάζας $m=50\text{g}$ το οποίο κινείται παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο με ταχύτητα $v_0=100\text{m/s}$ σφηνώνεται στο κιβώτιο. Το συσσωμάτωμα μετά από 1s φτάνει στην βάση του επιπέδου.



- i) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;
 ii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3.7. Αρχή διατήρηση της ορμής. Εκτόξευση βλήματος.

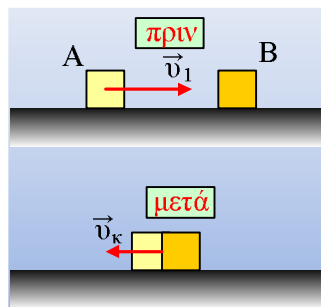


Πάνω σε όχημα με μάζα 800kg υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας 10kg , οριζόντια, με ταχύτητα 200m/s , προς τα δεξιά. Ποια είναι η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση αν:

- i) Το όχημα ήταν ακίνητο και
 ii) αν είχε ταχύτητα 4m/s αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν του βλήματος.

3.8. Μια ακόμη πλαστική κρούση.

Ένα σώμα A μάζας 2kg κινείται με ταχύτητα 5m/s , προς τα δεξιά και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα B. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται προς τ' αριστερά με ταχύτητα 2m/s .



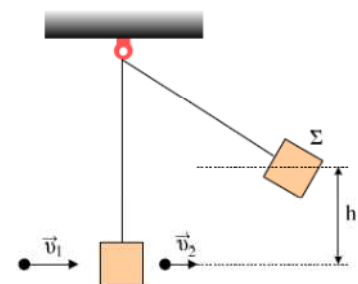
- i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
 α) Το σώμα B ήταν αρχικά ακίνητο.
 β) Η μεταβολή της ορμής του A σώματος έχει φορά προς τ' αριστερά και μέτρο 14 kg m/s .
 γ) Το σώμα B δεν άλλαξε κατεύθυνση κίνησης κατά την κρούση.
 ii) Ποια ήταν η αρχική ταχύτητα του σώματος B, αν η μάζα του είναι 5kg ;

3.9. Κρούση και Ενέργεια.

Ένα σώμα Σ μάζας $M=2\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός νήματος μήκους $l=2,5\text{m}$. Σε μια στιγμή στο σώμα Σ προσπίπτει ένα βλήμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ με ταχύτητα $v_1=200\text{m/s}$, το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα $v_2=100\text{m/s}$.

A) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες:

- i) Κατά τη διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή του βλήματος.
 ii) Η ορμή του συστήματος σώμα Σ-βλήμα, διατηρείται κατά την κρούση.
 iii) Η Μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση.



iv) Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται μέχρι να ανέβει σε ύψος h . Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

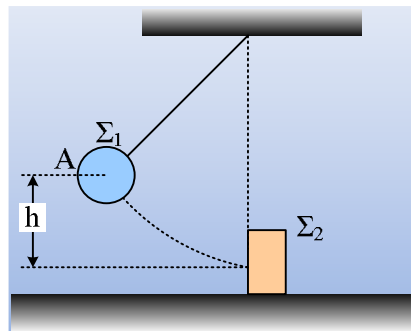
B) Ποια ταχύτητα αποκτά το σώμα Σ μετά την κρούση;

Γ) Να υπολογίσετε το ύψος h .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3.10. Κρούση και ενέργειες.

Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=4\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος και αφήνεται να κινηθεί από ύψος $h=0,2\text{m}$, όπως στο σχήμα, από τη θέση A. Μόλις το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$. Αν $g=10\text{m/s}^2$:



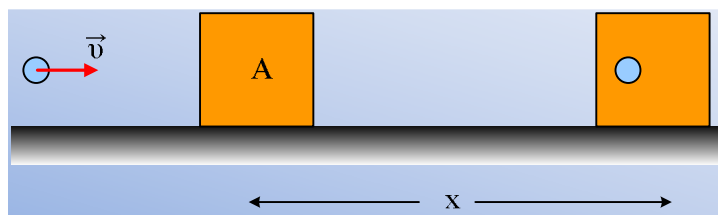
i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.

Αν μετά την κρούση το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα ίδιας κατεύθυνσης και μέτρου $v_1=1,2\text{m/s}$, να βρεθούν:

ii) Το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης.

iii) Η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα Σ_1 στη διάρκεια της κρούσης, αν η διάρκειά της είναι $\Delta t=0,2\text{s}$.

3.11. Κρούση και επιβραδυνόμενη κίνηση.



Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα A μάζας $M=1,9\text{kg}$. Το συσσωμάτωμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά αφού μετατοπισθεί κατά $x=10\text{m}$.

i) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

ii) Βρείτε την τριβή που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα.

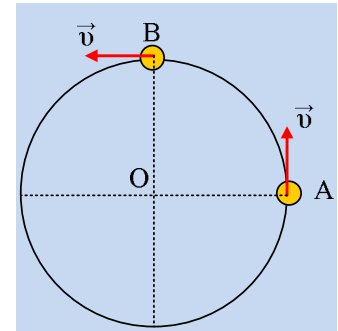
iii) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση μετά την κρούση;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

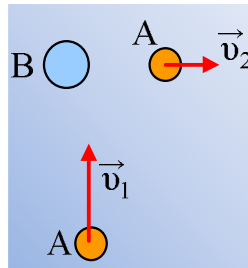
3.12. Μεταβολή της Ορμής.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $v=10\text{m/s}$ σε κύκλο ακτίνας R .

- Υπολογίστε την ορμή του σώματος στη θέση Α.
- Να βρείτε την μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Β, όπου οι ακτίνες ΟΑ και ΟΒ είναι κάθετες.



3.13. Κρούση και μεταβολή της ορμής

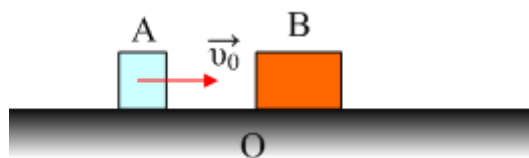


Μια σφαίρα Α, μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ και σε μια στιγμή συγκρούεται με μια σφαίρα Β με αποτέλεσμα μετά την κρούση να κινείται με ταχύτητα $v_2=3\text{m/s}$ σε διεύθυνση κάθετη στην αρχική, όπως στο σχήμα.

- Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α.
- Ποια είναι η διεύθυνση της δύναμης που δέχτηκε η Α σφαίρα κατά την κρούση, θεωρώντας την σταθερή;
- Σε ποια διεύθυνση θα κινηθεί η Β σφαίρα;

3.14. Ποια η θέση των σωμάτων μετά την κρούση;

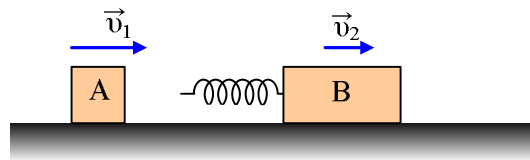
Ένα σώμα Α μάζας 1kg κινείται με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και για $t=0$ συγκρούεται με ακίνητο σώμα Β μάζας 4kg . Τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σώμα Α περνά από ένα σημείο Κ, το οποίο απέχει 12m από το σημείο Ο της σύγκρουσης κινούμενο προς τ' αριστερά. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



- Πόσο απέχουν τα δύο σώματα τη στιγμή t_1 ;
- Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του Β τη στιγμή αυτή;
- Αν η διάρκεια της κρούσης ήταν $\Delta t=0,01\text{s}$, πόση είναι η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο Α σώμα στη διάρκεια της κρούσης;

3.15. Μονωμένο σύστημα και ορμή.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ και με ταχύτητες $v_1=5\text{m/s}$ και $v_2=1\text{m/s}$, όπως στο σχήμα. Στο πίσω μέρος του σώματος Β έχει στερεωθεί ένα ιδανικό ελατήριο με μήκος 30cm σταθεράς $k=300\text{N/m}$.



- i) Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος.
- ii) Το Α σώμα πέφτει στο ελατήριο και αρχίζει να το συσπειρώνει. Στη διάρκεια της συσπείρωσης:
 - a) Η ταχύτητα του σώματος Α:
 - 1) μειώνεται
 - 2) παραμένει σταθερή
 - 3) αυξάνεται.
 - β) Η ταχύτητα του σώματος Β:
 - 1) μειώνεται
 - 2) παραμένει σταθερή
 - 3) αυξάνεται.
- iii) Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει το ελάχιστο μήκος του $\ell=10\text{cm}$. Τη στιγμή αυτή:
 - a) Το σώμα Α έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β.
 - β) Το σώμα Α έχει μικρότερη ταχύτητα από το Β.
 - γ) Τα δύο σώματα έχουν ίσες ταχύτητες.
- iv) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων την παραπάνω χρονική στιγμή.
- v) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή t_1 .
- vi) Μετά από λίγο το σώμα Α εγκαταλείπει το ελατήριο. Μετράμε την ταχύτητα του σώματος Β και βρίσκουμε ότι $v_B=3\text{m/s}$. Ποια είναι τελικά η ταχύτητα του σώματος Α;

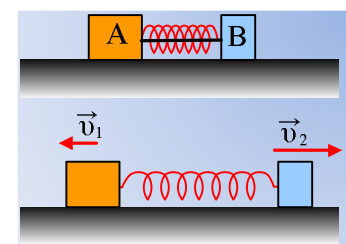
3.16. Μονωμένο σύστημα και ελατήριο.

Ένα σώμα Α μάζα $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=14\text{m/s}$ και προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε δεύτερο σώμα Β $m_2=5\text{kg}$, το οποίο είναι ακίνητο. Σε μια στιγμή μετά από ελάχιστο χρόνο το σώμα Β έχει ταχύτητα $v_2'=6\text{m/s}$ και επιτάχυνση $a_2=4\text{m/s}^2$. Ζητούνται για τη στιγμή αυτή:

- i) Η ταχύτητα του σώματος Α και
- ii) Η επιτάχυνση του Α σώματος.

3.17. Ένα μονωμένο σύστημα.

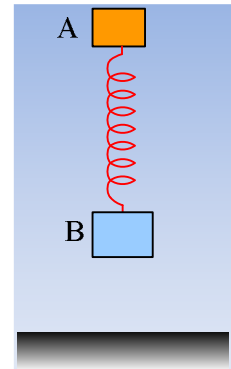
Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται στις άκρες συσπειρωμένου ιδανικού ελατηρίου, αμελητέας μάζας, δεμένες με νήμα, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα αρχίζουν να κινούνται. Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει συσπείρωση 4cm και το σώμα Α έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=0,5\text{m/s}$. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=100\text{N/m}$, να βρεθούν για την στιγμή t_1 :



- i) Η ταχύτητα του σώματος B.
- ii) Η επιτάχυνση κάθε σώματος.
- iii) Η συνολική ενέργεια που έχει προσφέρει το ελατήριο στα σώματα, μέχρι τη στιγμή t_1 .

3.18. Ένα σύστημα σωμάτων σε πτώση.

Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=0,3\text{kg}$ και $m_2=0,5\text{kg}$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=40\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $l_0=0,4\text{m}$. Συγκρατούμε με το χέρι μας το A σώμα, ενώ το B ταλαντώνεται σε κατακόρυφη διεύθυνση. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το σώμα A, οπότε το σύστημα των σωμάτων πέφτει.



- i) Σε μια στιγμή t_1 που το μήκος του ελατηρίου είναι $l_1=0,6\text{m}$ να βρεθούν:
 - α) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος A
 - β) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του B σώματος.
- ii) Διατηρείται η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων;

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

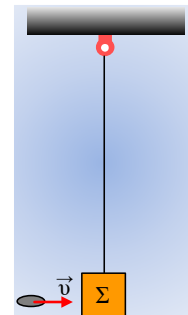
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3.19. Τάση του νήματος μετά από κρούση.

Ένα ξύλινο σώμα Σ μάζας $M=950\text{g}$ κρέμεται από νήμα μήκους $2,5\text{m}$. Ένα βήμα μάζας $m=50\text{g}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1=100\text{m/s}$ σφηνώνεται στο Σ.

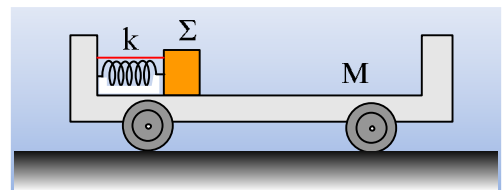
- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- ii) Ποια η ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης του νήματος, ώστε αυτό να μην σπάσει;
- iii) Ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



3.20. Ένα σώμα πάνω σε αμαξίδιο.

Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε αμαξίδιο μάζας $M=3\text{kg}$, συμπιέζοντας ένα ιδανικό ελατήριο κατά $\Delta l=0,2\text{m}$, με τη βοήθεια νήματος, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ δεν είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ αμαξιδίου και εδάφους, αλλά ούτε και μεταξύ σώματος Σ και αμαξιδίου.



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ εγκαταλείπει το ελατήριο έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $v_1=1,8\text{m/s}$ προς τα δεξιά.

- i) Να εξηγήσετε γιατί θα κινηθεί και το αμαξίδιο, βρίσκοντας και την ταχύτητα που αποκτά.
- ii) Μόλις το σώμα Σ φτάσει στην απέναντι πλευρά του αμαξιδίου, προσκολλάται σε αυτήν. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πρόσκρουση αυτή.
- iii) Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.

