

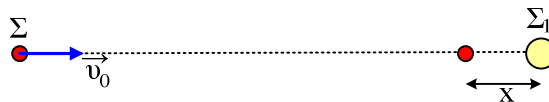
Σαν το πείραμα το Rutherford...

Στις αρχές του 20^{ου} αιώνα (1911), ο Rutherford εκτόξευσε σωμάτια α (πυρήνες Ηλίου) σε λεπτά φύλλου Χρυσού, προσπαθώντας να μελετήσει τη δομή του ατόμου. Διαπίστωσε ότι κάποια σωμάτια επέστρεψαν, λες και κτύπησαν σε κάτι συμπαγές, όπως αν πούμε επιστρέφει μια μπάλα την οποία ρίχνουμε σε έναν τοίχο, ενώ τα περισσότερα εξετράπησαν σε διάφορες κατευθύνσεις. Έτσι κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το θετικό φορτίο του ατόμου, βρίσκεται συγκεντρωμένο σε μια περιοχή που ονομάζουμε πυρήνα του ατόμου... Ας μελετήσουμε ένα τέτοιο πρόβλημα, όπου απλά θα αλλάξουμε τα αριθμητικά δεδομένα, ώστε να διευκολυνθούμε στους υπολογισμούς μας.

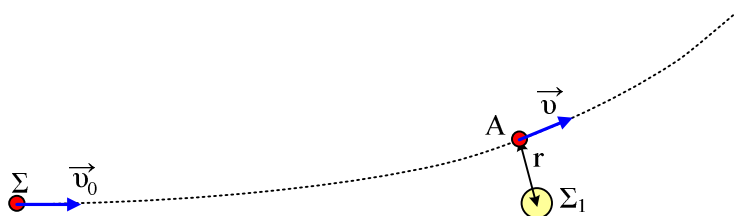
.....

Μια μικρή σφαίρα Σ με μάζα 2g και φορτίο $q_1=0,8\mu\text{C}$ εκτοξεύεται από μεγάλη απόσταση προς μια άλλη ακλόνητη φορτισμένη σφαίρα Σ_1 με φορτίο $Q=3\mu\text{C}$, με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$.

- i) Υπολογίστε την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσει.



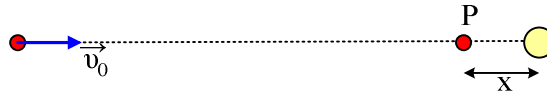
- ii) Εξαιτίας μιας μικρής απόκλισης της αρχικής ταχύτητας, η σφαίρα Σ εκτρέπεται από την ευθύγραμμη πορεία της, με αποτέλεσμα η ελάχιστη ταχύτητά της να γίνει ίση με 6,63m/s, ενώ η τροχιά της έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος.



- α) Να δικαιολογήσετε την πρόταση: « Η σφαίρα Σ έχει την ελάχιστη απόστασή της από την ακίνητη σφαίρα, τη στιγμή που έχει και ελάχιστη ταχύτητα».
- β) Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση r μεταξύ των σφαιρών.
- γ) Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα τη δύναμη που δέχεται η σφαίρα Σ , στη θέση της ελάχιστης απόστασης r . Ποια η γωνία μεταξύ δύναμης και ταχύτητας;
- δ) Να βρεθεί η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς στη θέση A. (Λέγοντας ακτίνα καμπυλότητας εννοούμε την ακτίνα ενός κύκλου, ο οποίος μπορεί να προσεγγίσει με μεγάλη ακρίβεια την τροχιά γύρω από το σημείο A).

Απάντηση:

- i) Έστω ότι η σφαίρα Σ σταματά σε απόσταση x από το κέντρο της Σ_1 , πριν επιστρέψει ξανά κινούμενη προς την αρχική της θέση.



- α) Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για την κίνηση μεταξύ αρχικής θέσης και της θέσης P που μηδενίζεται η ταχύτητά της.

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

Θέτοντας δε, $U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} = 0$ έχουμε:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = k \frac{Q q_1}{x} \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{2kQq_1}{m v_0^2}$$

και με αντικατάσταση:

$$x = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2} m = 0,216 m$$

- β) Ας εφαρμόσουμε την ΑΔΜΕ μεταξύ της αρχικής θέσης εκτόξευσης και του σημείου A, όπου η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι ελάχιστη.

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = k \frac{Q q_1}{r} + \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι όσο μικραίνει η απόσταση r , αυξάνεται η δυναμική ενέργεια, συνεπώς μειώνεται η κινητική ενέργεια, άρα ελαττώνεται και η ταχύτητα v της σφαίρας. Συνεπώς όταν η Σ περνά από τη θέση A, όπου η απόσταση των δύο σφαιρών είναι ελάχιστη, θα έχει και τη μικρότερη ταχύτητα.

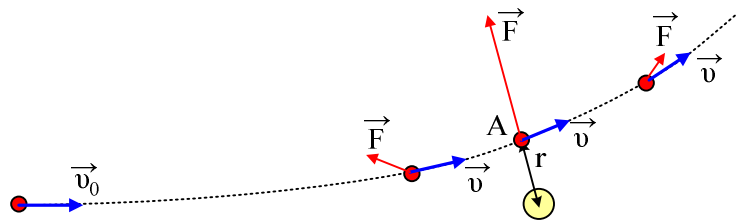
Από την παραπάνω εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$r = \frac{2kQq_1}{m(v_0^2 - v^2)}$$

και με αντικατάσταση:

$$r = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot (10^2 - 6,63^2)} m = 0,385 m$$

- γ) Μέχρι τη θέση A η σφαίρα Σ επιβραδύνεται ενώ μετά το A, επιταχύνεται. Η κατάσταση δικαιολογείται αν σχεδιάσουμε την απωστική δύναμη που δέχεται, όπως στο παρακάτω σχήμα. Πριν τη θέση A υπάρχει συνιστώσα της δύναμης με αντίθετη φορά από την ταχύτητα (οπότε το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται), ενώ μετά το A, υπάρχει συνιστώσα της ίδιας φοράς, οπότε η σφαίρα επιταχύνεται. Στη θέση A η δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα.



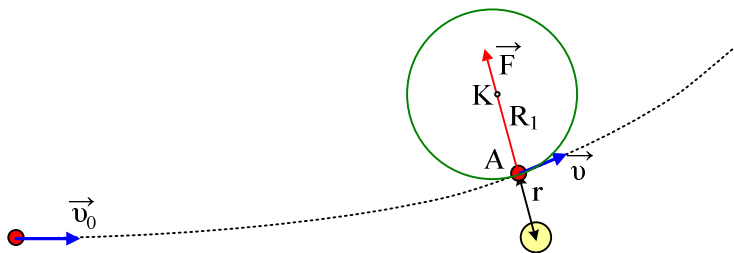
δ) Στη θέση A η δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα, συνεπώς αλλάζει την κατεύθυνση αλλά όχι το μέτρο της ταχύτητας. Η δύναμη δηλαδή «παίζει το ρόλο της κεντρομόλου», άρα:

$$F_c = F_k \text{ ή}$$

$$k \frac{|Qq_1|}{r^2} = m \frac{v^2}{R_1} \text{ ή}$$

$$R_1 = \frac{mv^2 r^2}{kQq_1} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 6,63^2 \cdot 0,385^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-7}} = 0,6m$$

Πράγμα που σημαίνει ότι η καμπύλη τροχιά γύρω από τη θέση A μπορεί να προσεγγιστεί από ένα κύκλο κέντρου K και ακτίνας $R_1=0,6m$, όπως στο παρακάτω σχήμα:



Σχόλιο:

Οι τιμές που δόθηκαν είναι προσαρμοσμένες, ώστε να έχουμε εμφανή αποτελέσματα.

Εξάλλου η αρχική απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι 6m (και όχι άπειρη) συνεπώς υπεισέρχεται και κάποιο μικρό σφάλμα εξαιτίας της αρχικής δυναμικής ενέργειας, την οποία δεν λαμβάνουμε υπόψη μας στη λύση.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης